

Modelo dinâmico incluindo Manejo Integrado de Pragas (MIP) e estrutura espacial no combate à *Diaphorina Citri**

Priscila Azevedo da Silveira †

26 de outubro de 2012

Resumo: Propomos um modelo dinâmico para o combate à *Diaphorina Citri*, praga que costuma atacar culturas cítricas em diversas regiões do Brasil, principalmente no Estado de São Paulo. A estratégia adotada é o Manejo Integrado de Pragas (MIP), através da aplicação de pesticida e da inserção de parasitóides/predadores desta praga, levando em consideração a dispersão dos indivíduos adultos. Estudos analíticos e simulações numéricas são apresentados, evidenciando os efeitos do MIP sobre o agroecossistema, com e sem estrutura espacial.

Palavras Chave: Manejo Integrado de Pragas, *Diaphorina Citri*, Modelo Matemático, Estabilidade Global.

Abstract: We propose a dynamic model for combating *Diaphorina citri*, a pest that often attack citrus crops in several regions of Brazil, especially in São Paulo. The strategy adopted is the Integrated Pest Management (IPM) through the application of pesticides and release of parasitoids/predators of this pest, taking into account the dispersion of adults. Analytical studies and numerical simulations are presented, showing the effects of IPM on the agroecosystem, with and without spatial structure.

Keywords: Integrated Pest Management, *Diaphorina Citri*, Mathematical Model, Global Stability.

Introdução

O uso de ferramentas matemáticas na busca de estratégias que garantam maior efetividade no controle de pragas em agroecossistemas tem sido objeto de inúmeros estudos nas últimas décadas.

Para contornar os efeitos nocivos do uso excessivo de pesticidas agrícolas no ambiente e na saúde humana, o controle biológico vem servindo como uma alternativa ao uso de produtos químicos no combate às pragas [2]. O MIP é uma estratégia de controle de longo prazo, que associa táticas da biologia, da química, bem como de cultivo, e cujo objetivo não é o de erradicar completamente a população de pragas, mas sim reduzi-la para níveis toleráveis, abaixo de um Limiar Econômico (LE) [10] [4].

*Trabalho realizado como parte da tese de doutorado da autora sob Orientação da Prof^ª Dra. Maria Cristina Varriale e Coorientação da Prof^ª Dra. Cláudia Pio Ferreira

†Email: priscilasjn@gmail.com - Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada - UFRGS

Experimentalmente a estratégia de controle através do MIP, além de resultar na redução da quantidade de inseticida a ser utilizado, tem se mostrado mais efetiva do que os métodos clássicos, tais como apenas controle biológico (liberação de predadores da praga) ou apenas controle químico (uso de pesticidas).

A inclusão de uma estrutura espacial no modelo matemático é, sem dúvida, de fundamental importância, para o sucesso das estratégias de MIP, porque dependendo das taxas e dos tipos de movimentação (difusão, taxia, convecção, ...) das pragas e dos seus predadores/parasitóides, a dispersão das populações pode ser favorável, ou, ao contrário, prejudicial ao controle de pragas. Além disso, a heterogeneidade espacial pode estar presente na distribuição da população de pragas, sugerindo que o seu controle seja gerenciado de forma distinta, dependendo da localização espacial [3].

O Brasil é o maior produtor de laranjas do mundo, sendo o Estado de São Paulo responsável por 80% desta produção. Atualmente a principal praga de citros é a *Diaphorina citri* (Hemiptera: Psyllidae), que transmite a bactéria *Candidatus Liberibacter americanus*, causadora do “greening” - doença atualmente presente em 18,57% dos talhões do parque citrícola de SP [5].

O parasitóide *Tamarixia radiata* mostra-se um bom candidato a agente de controle biológico para a *Diaphorina citri*, seus ovos são colocados dentro da ninfa do psíldeo (em geral, um ovo por psíldeo) e o novo parasitóide que emerge da ninfa parasitada se alimenta da mesma levando-a à morte. Além de atuarem como parasitóides, as fêmeas são predadoras [6], podendo alimentar-se de ninfas da praga em fases mais jovens. Assim, somando o parasitismo à predação, cada fêmea é capaz de destruir, ao longo de sua vida, uma quantidade significativa de ninfas de *Diaphorina citri*.

1 Formulação e Análise do Modelo que Descreve a Dinâmica Local da *D. citri* e do parasitóide *T. radiata*

Neste trabalho, propomos medidas para o manejo da praga *Diaphorina citri* em um cultivo de laranjas. Para isso, consideramos três estágios de desenvolvimento para a praga, cujas densidades populacionais são representadas respectivamente por: $N_1(t)$, da fase mais jovem, $N_2(t)$, da fase intermediária, e $F(t)$, da fase adulta. Seu inimigo natural, o inseto especialista *Tamarixia radiata* para o qual consideramos apenas a fase adulta com densidade populacional $P(t)$, preda e/ou parasita, respectivamente, $N_1(t)$ e $N_2(t)$. Supondo:

1. $\eta(1 - N_1/K)$, a taxa de oviposição (ovos viáveis) por fêmea F , onde η é a taxa de oviposição intrínseca, e K a capacidade de suporte do meio para a fase N_1 - relacionada com o número de nutrientes, espaço, etc.;
2. σ_{N_1} e σ_{N_2} , as taxas per capita com a qual N_1 passa para a fase N_2 , e com a qual N_2 passa para a fase adulta, respectivamente;
3. ψ , a proporção dos insetos vetores adultos, que são fêmeas;
4. $\gamma N_1/(1 + \phi N_1)$, a taxa por predador com a qual uma presa N_1 é predada, resultante de uma probabilidade $N_1/(1 + \phi N_1)$ de encontro de um inseto da espécie P , com um inseto vetor na fase N_1 ;

5. $\alpha N_2/(1 + \beta N_2)$, a taxa por parasitóide fêmea com a qual o hospedeiro N_2 é parasitado, resultante de uma probabilidade $N_2/(1 + \beta N_2)$ de encontro de um inseto fêmea da espécie P , com um inseto vetor na fase N_2 ;
6. ω e θ , os fatores de conversão de presas para predador, e de hospedeiros para parasitóide, respectivamente;
7. μ_{N_1} , μ_{N_2} , μ_F e μ_P , as taxas de mortalidade per capita de cada uma das populações,

escrevemos o sistema que descreve a **dinâmica populacional natural**, isto é, sem intervenção humana, sob a forma:

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = \eta F \left(1 - \frac{N_1}{K}\right) - (\sigma_{N_1} + \mu_{N_1})N_1 - \frac{\gamma N_1 P}{1 + \phi N_1}, \\ \frac{dN_2}{dt} = \sigma_{N_1} N_1 - (\sigma_{N_2} + \mu_{N_2})N_2 - \frac{\alpha N_2 P}{1 + \beta N_2}, \\ \frac{dF}{dt} = \psi \sigma_{N_2} N_2 - \mu_F F, \\ \frac{dP}{dt} = \frac{\omega \gamma N_1 P}{1 + \phi N_1} + \frac{\theta \alpha N_2 P}{1 + \beta N_2} - \mu_P P. \end{cases} \quad (1)$$

Neste modelo não estamos considerando especificamente a evolução da cultura de laranjas.

A partir deste sistema, definindo as variáveis adimensionais

$$\tau = \eta t, \quad n_1 = \phi N_1, \quad n_2 = \beta N_2, \quad f = \frac{1}{K} F \quad \text{e} \quad p = \frac{\gamma}{\alpha K} P,$$

obtemos um sistema adimensional correspondente com os seguintes parâmetros adimensionais:

$$\begin{aligned} a &= K\phi, & b_1 &= \frac{\sigma_{N_1}}{\eta}, & c_1 &= \frac{\mu_{N_1}}{\eta}, & \alpha_1 &= \frac{\alpha K}{\eta}, & d &= \frac{\beta}{\eta}, \\ b_2 &= \frac{\sigma_{N_2}}{\eta}, & c_2 &= \frac{\mu_{N_2}}{\eta}, & \alpha_2 &= \frac{\alpha}{\gamma}, & \alpha_3 &= \frac{\psi}{K\beta}, \\ \xi_1 &= \frac{\mu_F}{\eta}, & \alpha_4 &= \frac{\gamma\omega}{\eta\phi}, & \alpha_5 &= \frac{\alpha\theta}{\eta\beta} \quad \text{e} \quad \xi_2 &= \frac{\mu_P}{\eta}. \end{aligned}$$

Este sistema adimensional apresenta três **pontos de equilíbrio**:

$$E_0 = (0, 0, 0, 0), \quad E_1 = (n_1^1, n_2^1, f^1, 0) \quad \text{e} \quad E_2 = (n_1^*, n_2^*, f^*, p^*),$$

onde n_1^1 , n_2^1 , f^1 , n_1^* , n_2^* , f^* e p^* são combinações específicas dos parâmetros do sistema.

O equilíbrio E_0 , que corresponde à extinção de todas as espécies, é biologicamente viável para qualquer escolha dos parâmetros positivos do sistema. Este equilíbrio é localmente estável se, e somente se,

$$R_0 < 1,$$

onde

$$R_0 = \frac{adb_1b_2\alpha_3}{\xi_1(b_1 + c_1)(b_2 + c_2)}. \quad (2)$$

O equilíbrio E_1 , que corresponde à extinção da população de predadores e persistência das populações de pragas, é biologicamente viável se, e somente se,

$$R_0 > 1.$$

Este equilíbrio é localmente estável se, e somente se,

$$R_0 > 1$$

e

$$R_1 < 1,$$

onde R_0 é dado em (2) e

$$R_1 = \frac{A\alpha_4[\alpha_3b_2(b_2 + c_2) + A] + A\alpha_5[db_1b_2\alpha_3 + A]}{\xi_2(db_1b_2\alpha_3 + A)[\alpha_3b_2(b_2 + c_2) + A]}, \quad (3)$$

com

$$A = adb_1b_2\alpha_3 - \xi_1(b_1 + c_1)(b_2 + c_2). \quad (4)$$

As condições

$$b_2\alpha_2\alpha_3\alpha_4[\chi(1 + a) - a\alpha_4] < \xi_1\chi(b_2 + c_2)(\alpha_4 - \chi), \quad (5)$$

$$\begin{cases} \frac{\chi + \alpha_5 - \alpha_4}{\alpha_4 - \chi} < n_2^* < \frac{\xi_2}{-\chi}, & \text{se } \chi < 0 \\ n_2^* > \frac{\chi + \alpha_5 - \alpha_4}{\alpha_4 - \chi}, & \text{se } 0 < \chi < \alpha_4 \end{cases}, \quad \text{onde } \chi \equiv \xi_2 - \alpha_5, \quad (6)$$

e

$$n_1^* < a \frac{\alpha_3b_2n_2^*}{\alpha_3b_2n_2^* + \xi_1(b_1 + c_1)}, \quad (7)$$

garantem que o equilíbrio E_2 , de coexistência de todas as espécies, seja viável. Este equilíbrio é localmente estável se

$$\begin{aligned} & \xi_1(a_{11}a_{22} - a_{14}a_{41} - a_{24}a_{42}) + a_{11}a_{24}a_{42} + \\ & + a_{22}a_{14}a_{41} - db_1a_{14}a_{42} > (a - n_1^*)db_1b_2\alpha_3, \end{aligned} \quad (8)$$

$$a_{11}(a_{11}a_{22} - a_{14}a_{41}) + a_{22}(a_{11}a_{22} - a_{24}a_{42}) - db_1a_{14}a_{42} < 0 \quad (9)$$

e

$$(a - n_1^*)\alpha_3b_2 < x_2, \quad (10)$$

onde a_{11} , a_{14} , a_{22} , a_{24} , a_{41} , a_{42} e x_2 são combinações específicas dos parâmetros adimensionais.

Investigamos a **estabilidade global** do ponto de equilíbrio de coexistência das espécies, visto que, em geral, em sistemas biológicos estamos interessados em manter o equilíbrio ecológico do meio que está sendo analisado. Através de uma técnica que envolve *funções de Lyapunov* [9] [7] determinamos 2 subconjuntos da bacia de atração do equilíbrio E_2 :

$$\begin{aligned} W_1 = \{ & (n_1, n_2, f, p) \in \mathbb{R}_+^4 : n_1 > a, f + n_1 < f^* + n_1^*, n_2 > n_2^*, \\ & p > p^*, p - n_1 < p^* - n_1^* \wedge p - n_2 < p^* - n_2^* \} \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} W_2 = \{ & (n_1, n_2, f, p) \in \mathbb{R}_+^4 : n_1 < n_1^*, f > f^*, f + n_1 > f^* + n_1^*, n_2 < n_2^*, \\ & p < p^*, p - n_1 > p^* - n_1^* \wedge p - n_2 > p^* - n_2^* \}. \end{aligned}$$

Podemos ilustrar estes resultados através de simulações numéricas.

Todas as simulações numéricas deste trabalho foram obtidas a partir da implementação do método de Runge-Kutta de quarta ordem para a aproximação das soluções do sistema, utilizando o software Matlab.

Em todas as figuras apresentadas neste trabalho consideramos os seguintes valores para os parâmetros: $a = 1$, $\alpha_1 = 0.3$, $\alpha_2 = 0.5$, $\alpha_3 = 2$, $\alpha_4 = 0.6$, $\alpha_5 = 0.3$, $b_1 = 0.3$, $b_2 = 0.1$, $c_1 = 0.01$, $c_2 = 0.01$, $d = 0.6$, $\xi_1 = 0.3$ e $\xi_2 = 0.4$.

Na Figura 1, escolhendo os parâmetros do modelo de modo que as condições de existência e estabilidade local do equilíbrio E_2 sejam satisfeitas e tomando a condição inicial $(n_1^0, n_2^0, f^0, p^0) = (1.1, 2, 0.1, 0.3)$ em W_1 , verificamos que, de fato, as quatro populações coexistem evoluindo para um equilíbrio assintótico constante.

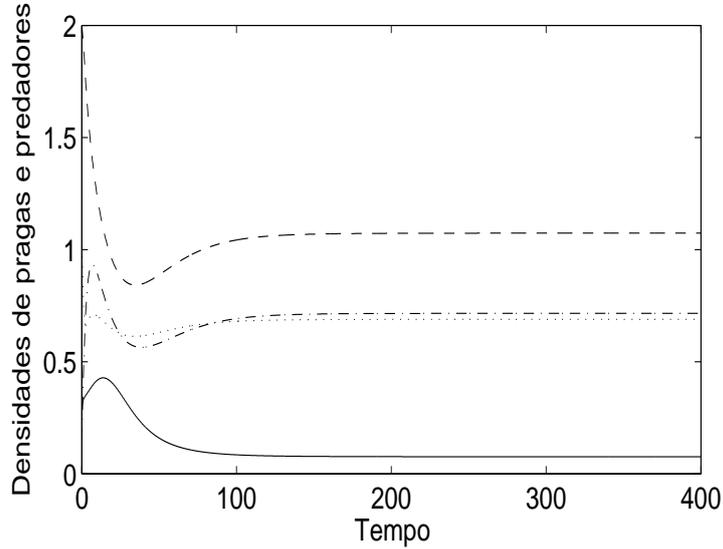


Figura 1: Densidades populacionais considerando a dinâmica natural dos indivíduos sem estrutura espacial; n_1 (linha pontilhada); n_2 (linha tracejada); f (linha mista); p (linha contínua).

2 A Inclusão do Manejo Integradado de Pragas (MIP) no Modelo que Descreve a Dinâmica Local da *D. citri* e do parasitóide *T. radiata*

O MIP, que estamos propondo, consiste na aplicação de inseticida e na liberação de uma certa quantidade do inimigo natural da praga, quando constatado que a quantidade crescente da densidade de fêmeas adultas ultrapassa LE. Desta forma, o sistema, levando em consideração a intervenção humana, passa a ser descrito da seguinte forma:

- Enquanto a população F estiver abaixo de LE, o sistema de equações é o sistema que descreve a dinâmica populacional natural;
- No instante τ em que a população de pragas atingir LE, a intervenção humana implicará em reduzir cada uma das populações através de uma taxa per capita δ (dependente do tamanho da população de fêmeas adultas), e aumentar em ρ a população de inimigos naturais, isto é, trabalha-se com o problema de valor inicial composto pelo sistema de equações diferenciais (1), para $t \geq \tau$, juntamente com as seguintes condições iniciais:

$$\begin{aligned}
N_1(\tau^+) &= (1 - \delta)N_1(\tau), \\
N_2(\tau^+) &= (1 - \delta)N_2(\tau), \\
F(\tau^+) &= (1 - \delta)F(\tau), \\
P(\tau^+) &= (1 - \delta)P(\tau) + \rho.
\end{aligned}
\tag{11}$$

A intervenção acima será repetida cada vez que a população de fêmeas adultas atingir LE.

A Figura 2 ilustra a aplicação do MIP. Escolhendo, para os parâmetros e condição inicial, os mesmos valores utilizados na Figura 1 e estabelecendo $LE = 30$, que corresponde a um valor de $f = 0.3 < f^*$, verificamos que a técnica é eficiente, mantendo a densidade de fêmeas adultas abaixo de LE. As densidades de ninfas de pragas no primeiro e no segundo estágio são mantidas abaixo do correspondente valor de equilíbrio.

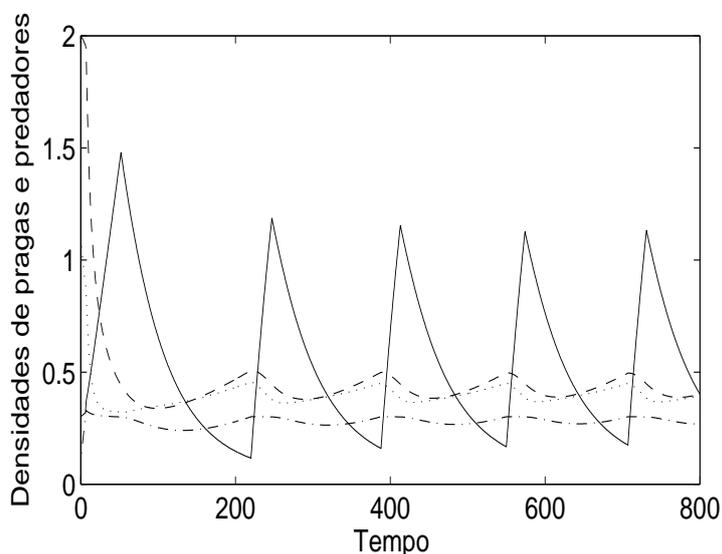


Figura 2: Densidades populacionais considerando MIP incorporado à dinâmica natural dos indivíduos sem estrutura espacial; n_1 (linha pontilhada); n_2 (linha tracejada); f (linha mista); p (linha contínua).

3 A Inclusão da Estrutura Espacial no Modelo que Descreve a Dinâmica da *D. citri* e do parasitóide *T. radiata*

A seguir incluímos a **estrutura espacial**, estudando o efeito das regras de movimentação envolvidas no agrossistema em questão. O habitat é representado por uma malha (matriz) bidimensional de tamanho $L \times L$, com L^2 sítios (ou “patches”) discretos, cada um representando uma laranjeira. Dentro de cada sítio de coordenadas (i, j) , utilizamos para a dinâmica vital o modelo que descreve a dinâmica populacional natural. Assumimos que as populações estejam homoganeamente distribuídas dentro de cada sítio. A esta dinâmica acrescentamos regras para a movimentação das populações de adultos entre os

diversos sítios organizados em $\frac{L}{M}$ talhões de tamanho $M \times M$ sítios. As fronteiras são supostas reflexivas. Consideramos dois tipos de movimentação: difusão e taxia local.

Na difusão, uma fração constante de fêmeas adultas (predadores), $0 < D_F < 1$ ($0 < D_P < 1$), se desloca de cada sítio e se distribui igualmente entre os oito vizinhos mais próximos (vizinhança de Moore). A cada passo de tempo ocorrem duas atualizações nas densidades dos indivíduos adultos das populações: uma atualização intermediária das populações F e P , referente à movimentação, que é dada pelas expressões

$$F_{int}(i, j) = (1 - D_F)F(i, j) + \frac{D_F}{8} \sum_{(m,n) \in V(i,j)} F(m, n), \quad (12)$$

$$P_{int}(i, j) = (1 - D_P)P(i, j) + \frac{D_P}{8} \sum_{(m,n) \in V(i,j)} P(m, n), \quad (13)$$

onde $V(i, j) = \{(i - 1, j + 1), (i, j + 1), (i + 1, j + 1), (i + 1, j), (i + 1, j - 1), (i, j - 1), (i - 1, j - 1), (i - 1, j)\}$.

No caso em que fêmeas adultas e predadores se movimentam por taxia local, uma espécie consegue perceber a densidade da outra no sítio em que se encontra. Evidentemente, o coeficiente de dispersão das pragas é função crescente da densidade de predadores e o coeficiente de dispersão dos predadores é função decrescente da densidade de pragas [8]. Desta forma, consideramos as funções

$$D_F(P(i, j)) = \frac{P(i, j)}{1 + P(i, j)} \quad (14)$$

e

$$D_P(N_1(i, j), N_2(i, j)) = \frac{1}{1 + N_1(i, j) + N_2(i, j)} \quad (15)$$

para os coeficientes de dispersão das fêmeas adultas da praga e dos predadores, respectivamente, em cada sítio (i, j) da malha.

Quando acrescentamos ao sistema natural (sem intervenção humana) a dispersão por difusão das fêmeas adultas e dos predadores construímos a Figura 3, onde apresentamos os equilíbrios que representam a soma das densidades de cada uma das populações em todos os sítios do domínio. Além disso, podemos observar que todas as populações tendem a se distribuir homoganeamente pelo ambiente (característica típica da difusão). Neste caso, utilizamos para os parâmetros os valores explicitados anteriormente e para a condição inicial: $n_1^0 = 1.1$, $n_2^0 = 2$, $f^0 = 0.1$ e $p^0 = 0.3$ indivíduos em um sítio no centro do domínio, e todos os outros sítios vazios.

Quando aplicamos o MIP no modelo com estrutura espacial e dispersão por difusão, podemos ver na Figura 4, que as densidades totais das populações de pragas passam a apresentar oscilações com pequenas amplitudes em níveis populacionais mais baixos do que as densidades de equilíbrio da Figura 3. Já a densidade total de predadores oscila de maneira caótica. Neste caso todas as populações apresentam uma distribuição espacial heterogênea, ilustrando a interferência do MIP na tendência homogeneizadora da difusão. A Figura 5 mostra a distribuição espacial das fêmeas adultas após 2000 iterações temporais. Para as Figuras 4 e 5 consideramos os mesmos valores dos parâmetros e das condições iniciais da Figura 3.

No caso em que consideramos a movimentação por taxia local o MIP também mostrou-se eficiente.

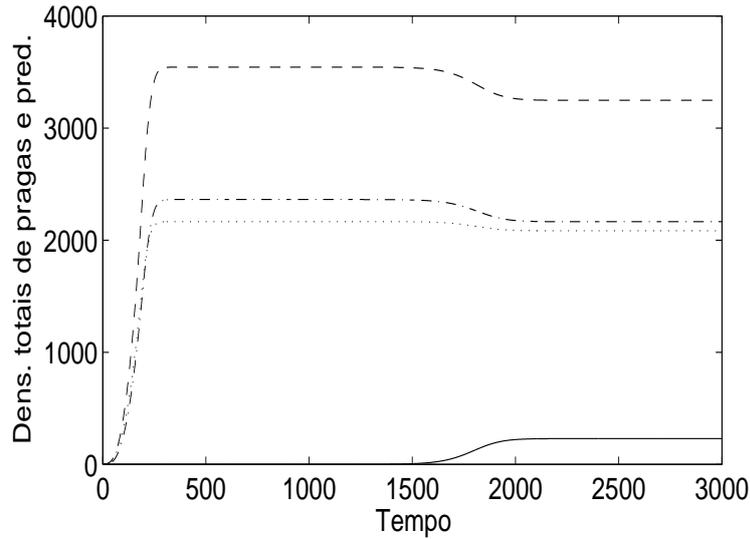


Figura 3: Densidades populacionais considerando a dinâmica natural dos indivíduos com dispersão por difusão para fêmeas adultas e predadores; n_1 (linha pontilhada); n_2 (linha tracejada); f (linha mista); p (linha contínua).

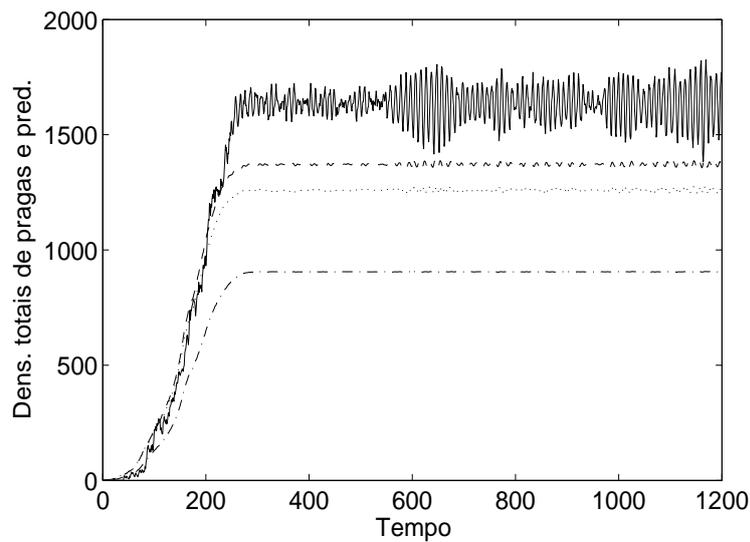


Figura 4: Densidades populacionais aplicando MIP à dinâmica natural dos indivíduos com dispersão por difusão para fêmeas adultas e predadores; n_1 (linha pontilhada); n_2 (linha tracejada); f (linha mista); p (linha contínua).

Conclusão

De modo geral podemos concluir que é de fundamental importância considerar a distribuição espacial dos indivíduos na modelagem, já que em agroecossistemas naturais a maioria dos indivíduos adultos (pragas e/ou predadores) tem a capacidade de se movimentar pelo ambiente. Além disso, os diferentes tipos de movimentação considerados podem provocar mudanças significativas no comportamento dos indivíduos. No modelo proposto para o caso difusivo, o MIP mostrou-se eficiente no combate à *Diaphorina Citri*, pois nas simulações podemos ver uma redução nas densidades de pragas a níveis toleráveis e não

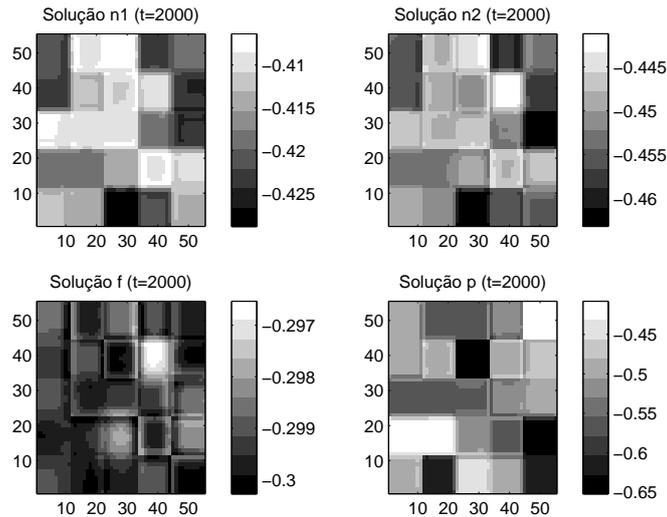


Figura 5: Distribuição espacial das populações após 2000 iterações temporais.

à extinção destas, mantendo assim o equilíbrio ecológico. O caso da dispersão por taxia local ainda está sendo analisado.

Pretendemos, futuramente, aprimorar este modelo apresentando um tipo de movimentação mais elaborada para os indivíduos adultos, por exemplo, considerando o fato de que estes conseguem perceber a densidade da outra espécie em uma determinada vizinhança do sítio onde estão. Além disso, estamos começando a trabalhar com medidas de controle ótimo, buscando, através de ferramentas matemáticas, obter planejamentos mais eficientes e econômicos para a aplicação das técnicas de controle da praga.

Referências

- [1]
- [2] S. Bhattacharyya and D. K. Bhattacharya, An Improved integrated pest management model under 2-control parameters (sterile male and pesticide), *Math. Biosc.*, 209 (2007) 256-281.
- [3] E. A. B. F. Lima, C. P. Ferreira and W. A. C. Godoy, Ecological modeling and pest population management: a possible and necessary connection in a changing world, *Neotrop. Entomol.* [online], 38(6) (2009) 699-707.
- [4] R. F. Norris, E. P. Caswell-Chen and M. Kogan, "Concepts in integrated pest management", Prentice Hall, New Jersey, 2003.
- [5] P. E. B. Paiva, "Distribuição espacial e temporal, inimigos naturais e tabela de vida ecológica de *Diaphorina citri* Kuwayama (Hemiptera: Psyllidae) em citros em São Paulo", Tese de Doutorado, Escola superior de agricultura Luiz de Queiroz-ESALQ, 2009.
- [6] J. A. Qureshi, M. E. Rogers, D. G. Hall and P. A. Stansly, Incidence of invasive *Diaphorina citri* (Hemiptera: Psyllidae) and its introduced parasitoid *tamarixia ra-*

- diata* (Hymenoptera: Eulophidae) in Florida citrus, *Jour. of Econ. Entomol.*, 215(1) (2009) 247-256.
- [7] C. Robinson, "Dynamical systems - stability, symbolic dynamics and chaos", CRC Press, USA, 1995.
- [8] P. A. Silveira, "Perseguição e Fuga em Modelos Presa-Predador", Dissertação de Mestrado, UFSM, 2010.
- [9] J. Sotomayor, "Lições de equações diferenciais ordinárias", IMPA - Projeto Euclides, Rio de Janeiro, 1979.
- [10] S. Tang and R. A. Cheke, Models for integrated pest control and their biological implications, *Math. Biosc.*, 215 (2008) 115-125.