

OLIMPIÁDA REGIONAL DE MATEMÁTICA DA UNESP DE BAURU

24ª ORMUB - 2016

3º ANO DO ENSINO MÉDIO

Questão 1 - Um acidente foi presenciado por $\frac{1}{65}$ da população de uma pequena cidade.

O número de pessoas, $P(t)$, que saberá do acontecimento, transcorridas t horas após o

fato, é dado pela expressão $P(t) = \frac{B}{1 + C \cdot 2^{-kt}}$, onde B é a população da cidade. Uma vez

que, $\frac{1}{9}$ da população tomou conhecimento do fato após 3 horas, quanto tempo passará,

desde o evento, para que $\frac{1}{5}$ da população saiba do ocorrido?

Questão 2 - João resolveu representar alguns de seus Pokémons capturados até o momento em uma tabela 3×3 , chamada Pokematriz, associando a cada posição o número do Pokémon, seguindo as seguintes regras:

- A primeira coluna é formada por apenas os 3 menores números múltiplos de 3, colocados em ordem crescente;
- A segunda coluna é formada por apenas números múltiplos de 5. Nas posições a_{12} e a_{22} estão os menores múltiplos de 5 colocados em ordem crescente e na posição a_{32} está o “POKÉMON SURPRESA”;
- A terceira coluna é formada por apenas os 3 menores números múltiplos de 7, colocados em ordem crescente;

Sabendo que o determinante da Pokematriz é -7350 e considerando a tabela abaixo, de Pokémons capturados por João, encontre o(s) número(s) e nome(s) possíveis do Pokémon surpresa.

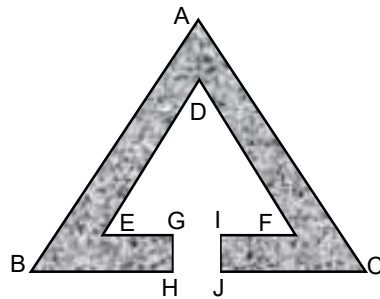
4- Charmander	8- Wartortle	13- Weedle	16- Pidgey	18- Pidgeot
20- Raticate	22- Fearow	24- Arbok	25- Pikachu	26- Raichu
28- Sandslash	32- Nidoran	36- Clefable	38- Ninetales	41- Zubat
44- Gloom	46- Paras	49- Venomoth	52- Meowth	55- Golduck
56- Mankey	59- Arcanine	62- Poliwrath	75- Graveler	76- Golem
80- Slobro	82- Magnetron	85- Dodrio	95- Onix	100- Voltorb

OLIMPIÁDA REGIONAL DE MATEMÁTICA DA UNESP DE BAURU

24ª ORMUB - 2016

3º ANO DO ENSINO MÉDIO

Questão 3 - Há mais de 20 anos, plantações da Inglaterra e de outros países têm sido alvos de um estranho fenômeno. Desenhos inexplicáveis e cada vez mais complexos, denominados de **agroglifos** surgem misteriosamente em campos de trigo e de outros cereais. Apesar de alguns especialistas alegarem causas naturais misteriosas ou origem alienígena como explicação para o fenômeno, o consenso científico é de que quase todos os casos são feitos pelo homem, com poucas exceções, possivelmente, formadas por fenômenos naturais ou meteorológicos. Um agricultor manifestou preocupação com os danos causados a suas colheitas e decidiu calcular a área devastada pelo agroglifo especificado abaixo.



Sabendo-se que ABC e DEF são triângulos equiláteros e que a distância entre os lados $\overline{AB}$ e $\overline{DE}$, $\overline{BC}$ e $\overline{EF}$ e $\overline{AC}$ e $\overline{DF}$ são iguais. Além disso, o agricultor informou que $AB = 10$ m, $DE = 5$ m, $GI = 2$ m e que $\overline{AB}$ e $\overline{DE}$ são paralelos. Sabe-se ainda que $\overline{GH}$ e $\overline{IJ}$ são perpendiculares a BC. Com base nestes dados, calcule a área da superfície assinalada no agroglifo acima.

Questão 4 - Sabe-se que a criptografia tem um importante papel em autenticações eletrônicas ou navegadores de internet. Ela pode ser vista como a ciência que oculta o significado de uma mensagem e tem como ferramenta a matemática. Desta forma, os polinômios podem ser utilizados para cifrar ou decifrar as mensagens. Por exemplo, dada as tabelas que associam a cada letra do alfabeto um número inteiro:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

O	P	Q	R	S	T	U	V	X	Y	W	Z
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

OLIMPIÁDA REGIONAL DE MATEMÁTICA DA UNESP DE BAURU

24ª ORMUB - 2016

3º ANO DO ENSINO MÉDIO

ao utilizar-se o polinômio $p(x) = x + 1$, pode-se cifrar a palavra ORMUB, de modo criptografado, da seguinte maneira:

O	R	M	U	B
16	19	14	22	3

Desta forma, EDEN resolveu cifrar o seu nome utilizando um polinômio de grau máximo 2, $p_2(x)$ e obteve o seguinte resultado: $p_2(E) = -23$, $p_2(D) = -20$ e $p_2(N) = 40$.

Determine o polinômio que EDEN utilizou para cifrar seu nome e a seguir cifre a palavra ORMUB.

Questão 5 - Calcule o comprimento do segmento cujas extremidades são as intersecções da reta $y = 5x - 6$ com o conjunto de pontos que eqüidista do ponto fixo $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ e da reta $y = -\frac{1}{4}$.