

OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DA UNESP DE BAURU

22ª ORMUB - 2014

2º ANO DO ENSINO MÉDIO

Questão 1: A Pirâmide de Quéops, a qual é regular, reta e cuja base é quadrada, tem aresta lateral igual a 220 m. Segundo Eric Von Daniken, no livro *Eram os Deuses Astronautas?*, se multiplicarmos a altura da pirâmide por 1 bilhão, teremos a distância da Terra ao Sol. Sabendo que a aresta da base mede $176\sqrt{2}$ m e $\pi \approx 3,14$, calcule aproximadamente:

- A distância, em km, da Terra ao Sol.
- O volume, em m^3 , da Terra sabendo que seu raio é 48 mil vezes maior que a altura da pirâmide.

Questão 2: Uma empresa deve enlatar uma mistura de amendoim, castanha de caju e castanha-do-pará. Sabe-se que o quilo de amendoim custa R\$ 5,00; o quilo de castanha de caju, R\$ 20,00, e o quilo de castanha-do-pará R\$ 16,00. Cada lata deve conter meio quilo da mistura e o custo total dos ingredientes de cada lata deve ser de R\$ 5,75. Além disso, a quantidade de castanha de caju em cada lata deve ser igual a um terço da soma das outras duas quantidades.

- Escreva o sistema linear que representa a situação descrita acima.
- Resolva o referido sistema, determinando as quantidades, em gramas, de cada ingrediente por lata.

Questão 3: Uma partícula P desloca-se sobre uma circunferência de raio unitário e centro C, ao mesmo tempo em que sua antipartícula P' também se desloca na mesma circunferência, entretanto, P' encontra-se sempre diametralmente oposta a P. Observada a circunferência como um círculo trigonométrico, a força trifônica de P é obtida pela projeção ortogonal de P sobre o eixo das ordenadas, sendo a projeção de P denotada por A, e definida pelo valor de $\overline{CA}$. Já a força trifônica de P' é obtida pela projeção ortogonal de P' sobre o eixo das abscissas, sendo a projeção de P' denotada por B, e definida pelo valor de $\overline{CB}$. Num instante t_0 , a partícula P está num ponto sobre o círculo trigonométrico formando um ângulo θ com o eixo das abscissas.

- Determine o produto das forças trifônicas P e P' no instante t_0 , com $0 \leq \theta \leq 90^\circ$, sabendo que elas satisfazem a equação $(\overline{CA} \cdot \overline{CB})^2 - (\overline{CA})^2 - (\overline{CB})^2 = -\frac{13}{16}$.
- Para que ângulo θ , com $0 \leq \theta \leq 90^\circ$, o produto das forças trifônicas é igual ao do item anterior?

Questão 4: Um aluno chegou atrasado na sala e o professor já havia começado a explicação de um exercício e apagado uma parte dele. Na lousa havia uma matriz

$A = \begin{bmatrix} 2 & \dots \\ 4 & \dots \end{bmatrix}$ com dois de seus elementos apagados. Na continuação da lousa havia uma

outra parte do exercício que dizia: $\det(A) = 8$ e $\det(A + A^t) = 16$. Fazendo alguns cálculos ele descobriu quem era a matriz A. Você seria capaz de descobrir também? Quantas possibilidades existem para a matriz A?

Questão 5: Determine o valor máximo de $\sin \theta + \cos \theta$, com $0^\circ < \theta < 90^\circ$.