



UNIVERSIDADE ESTADUAL
PAULISTA
CÂMPUS UNIVERSITÁRIO DE
BAURU

DEPARTAMENTO DE
MATEMÁTICA



11^a ORMUB/2003

OLIMPIÁDA REGIONAL DE MATEMÁTICA

PROVA PARA OS ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO

NOME: _____

ESCOLA: _____

CIDADE: _____

INSTRUÇÕES
Este caderno contém 5 (cinco) questões). A solução de cada questão, bem como o raciocínio utilizado, devem estar na parte frontal de cada folha. O verso pode ser utilizado como rascunho.

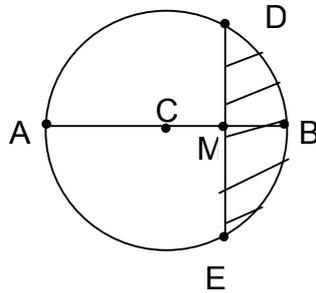
AVALIAÇÃO	
Questão	Nota
1 ^a	
2 ^a	
3 ^a	
4 ^a	
5 ^a	
Total	

1ª Questão – Considerar o polinômio dado por:

$$p(x) = \det \begin{pmatrix} a-x & 0 & b \\ 0 & 2-x & c \\ b & 0 & d-x \end{pmatrix}, \text{ com } a, b, c \in \mathbf{R}.$$

- a) Mostrar que $x = 2$ é uma raiz do polinômio $p(x)$;
- b) Mostrar que as outras duas raízes de $p(x)$ também são reais;
- c) Quais as condições sobre a , b , c e d para que $p(x)$ tenha uma raiz dupla e $x \neq 2$?

2ª Questão – Um queijo em formato de cilindro reto, com peso igual a 1kg, deve ser repartido entre duas pessoas, de acordo com a figura abaixo (parte hachurada e não hachurada):



Considerando que na figura (correspondente ao queijo) o ponto C é o centro da circunferência, M é o ponto médio de \overline{CB} , \overline{DE} é perpendicular a \overline{AB} , $A = (1, -1)$ e $C = (5, 2)$, determinar:

- O comprimento de \overline{DE} ;
- Qual o peso de queijo destinado a cada pessoa?

3ª Questão - Num pentágono convexo, as medidas dos ângulos internos estão numa progressão aritmética (PA). Sabendo-se que a soma das medidas dos seus dois maiores ângulos é 240° , pede-se a medida do menor ângulo.

4ª Questão - Para um determinado produto, a diferença entre o preço de venda solicitado e o preço de custo é de R\$ 3.000,00. Se esse produto for vendido com 20% de desconto, ainda assim dará um lucro de 30% à loja. Então, determinar qual é a soma entre o preço de venda e o de custo?

5ª Questão - Considerar a seqüência de polígonos $\{P_1, P_2, P_3, \dots, P_n, \dots\}$, conforme indicado na figura abaixo, construída da seguinte maneira:

Primeira Etapa:

- Considerar o polígono regular P_1 , cuja medida de seus lados é 1 unidade de comprimento. (P_1 é um triângulo eqüilátero);

Segunda Etapa:

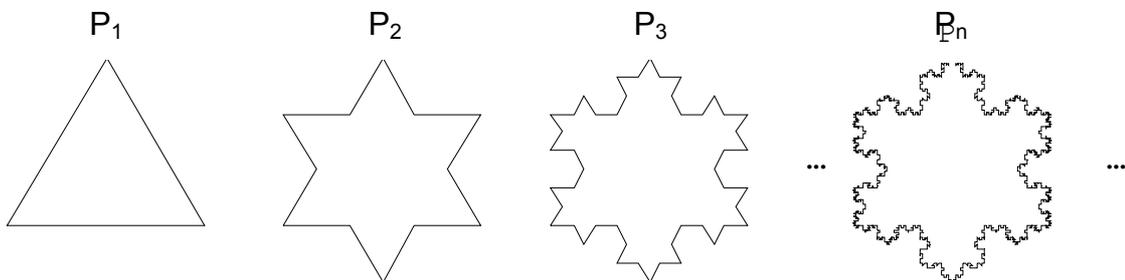
- Dividir cada lado de P_1 em três partes;
- No terço central de cada lado de P_1 , colar um triângulo eqüilátero cujo lado mede $1/3$ do lado de P_1 e apagar a base de cada triângulo colado. Forma-se, então, o polígono P_2 de lados de mesma medida;

Terceira Etapa:

- Dividir cada lado de P_2 em três partes;
- No terço central de cada lado de P_2 , colar um triângulo eqüilátero cujo lado mede um terço do lado de P_2 e apagar a base de cada triângulo colado. Forma-se, então, o polígono P_3 de lados de mesma medida;

N-ésima Etapa:

- Dividir cada lado de P_{n-1} em três partes;
- No terço central de cada lado de P_{n-1} , colar um triângulo eqüilátero cujo lado mede um terço do lado de P_{n-1} e apagar a base de cada triângulo colado. Forma-se, então, um polígono P_n de lados de mesma medida;



Tendo em vista a construção acima:

- Calcular a área A_n do polígono P_n ;
- Se o processo de construção acima é repetido infinitas vezes, obtém-se o “polígono” P_∞ . Determinar a área de P_∞ ;
- Determinar o perímetro do polígono P_n . Qual o perímetro de P_∞ ?

